

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

Име и презиме _____ број индекса: _____

1. Да ли је функција $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{|x|+|y|} \cos \frac{1}{|x|+|y|}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ непрекидна у тачки $(0,0)$? _____

Доказ: _____

2. Функција $z = f(x, y)$ имплицитно је задата са $xuz - x^2y + xz^2 + x + y + z - 2 = 0$. Израчунати:

$$\bullet \quad \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underline{\hspace{10em}}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10em}},$$

$$\bullet \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \underline{\hspace{10em}}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \underline{\hspace{10em}},$$

$$\bullet \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10em}}$$

- Тејлоров полином другог степена функције $f(x, y)$ у околини тачке $M(0,1)$ гласи:

$$T_2(x, y) = \underline{\hspace{10em}}$$

3. Дата је функција $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy$ при услову $x^2 + 3y^2 = 12$, $x, y > 0$.

- Одговарајућа Лагранжова функција и њени први парцијални изводи су: _____

- Стационарне тачке Лагранжове функције су: _____

- Други парцијални изводи и други диференцијал Лагранжове функције су: _____

- Условни екстремуми функције $f(x, y)$ (ако постоје) су: _____

јер је: _____

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

Име и презиме _____ број индекса: _____

1. Одредити парцијалне изводе функције $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x - y)}{x - y}, & x \neq y \\ 0, & x = y \end{cases}$ у тачки $(0, 0)$.

$$f'_x(0, 0) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$f'_y(0, 0) = \underline{\hspace{10cm}}$$

2. Функција $z = f(x, y)$ имплицитно је задата са $x^2 + xy + 3y^2 + 2z^2 + 3x + 7y - 3 = 0$, $z > 0$. Одредити:

• $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$,

• Стационарне тачке: _____

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$,

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$

• Локални екстремуми функције $f(x, y)$ (ако постоје) су: _____

јер је: _____

3. Дата је функција $f(x, y, z) = xy^2 + x^2z + xyz - x + y + z$ и тачке $A(0, 1, -1)$, $B(2, 3, 0)$.

• Одредити градијент функције f у тачки A : _____

• Израчунати $\frac{\partial f}{\partial AB}(A)$: _____

• Одредити једначину тангентне равни и нормале у тачки A површи задате једначином:

$f(x, y, z) = 0$: _____

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

Име и презиме _____ број индекса: _____

1. Да ли је функција $f(x, y) = \begin{cases} (x-y) \sin \frac{1}{x^2+y^2} \cos \frac{1}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ непрекидна у тачки $(0, 0)$?
- _____

Доказ: _____

2. Функција $z = f(x, y)$ имплицитно је задата са $x + y + z + xyz - xy^2 + yz^2 = 0$. Израчунати:

• $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$ _____, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$ _____,

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) =$ _____, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) =$ _____,

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) =$ _____

- Тејлоров полином другог степена функције $f(x, y)$ у околини тачке $M(1, 0)$ гласи:

$T_2(x, y) =$ _____

3. Дата је функција $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy$ при услову $3x^2 + y^2 = 12$, $x, y < 0$.

- Одговарајућа Лагранжова функција и њени први парцијални изводи су: _____

- Стационарне тачке Лагранжове функције су: _____

- Други парцијални изводи и други диференцијал Лагранжове функције су: _____

- Условни екстремуми функције $f(x, y)$ (ако постоје) су: _____

јер је: _____

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

Име и презиме _____ број индекса: _____

1. Одредити парцијалне изводе функције $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\cos(x + y^2) - 1}{x + y^2}, & x \neq -y^2 \\ 0, & x = -y^2 \end{cases}$ у тачки $(0, 0)$.

$$f'_x(0, 0) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$f'_y(0, 0) = \underline{\hspace{10cm}}$$

2. Функција $z = f(x, y)$ имплицитно је задата са $3x^2 + xy + y^2 - 5z^2 + 7x + 3y + 10 = 0$, $z < 0$. Одредити:

• $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$,

• Стационарне тачке: _____

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$,

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$

• Локални екстремуми функције $f(x, y)$ (ако постоје) су: _____

јер је: _____

3. Дата је функција $f(x, y, z) = x^2y + y^2z + xyz - x + y + z$ и тачке $A(1, 0, 1)$, $B(3, -2, 0)$.

• Одредити градијент функције f у тачки A : _____

• Израчунати $\frac{\partial f}{\partial AB}(A)$: _____

• Одредити једначину тангентне равни и нормале у тачки A површи задате једначином:

$$f(x, y, z) = 0 : \underline{\hspace{10cm}}$$

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

Име и презиме _____ број индекса: _____

1. Да ли је функција $f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x^2 + y^2} + y \cos \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ непрекидна у тачки $(0, 0)$?
- _____

Доказ: _____

2. Функција $z = f(x, y)$ имплицитно је задата са $x^2y + yz^2 - xz^2 + 2x - y + z - 1 = 0$. Израчунати:

- $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$ _____, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$ _____,
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) =$ _____, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) =$ _____,
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) =$ _____
- Тејлоров полином другог степена функције $f(x, y)$ у околини тачке $M(1, 1)$ гласи:
 $T_2(x, y) =$ _____

3. Дата је функција $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy$ при услову $2x^2 + y^2 = 6$, $x, y > 0$.

- Одговарајућа Лагранжова функција и њени први парцијални изводи су: _____
 _____,
- Стационарне тачке Лагранжове функције су: _____
- Други парцијални изводи и други диференцијал Лагранжове функције су: _____

 _____,
- Условни екстремуми функције $f(x, y)$ (ако постоје) су: _____

јер је: _____

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

Име и презиме _____ број индекса: _____

1. Одредити парцијалне изводе функције $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\cos(x+y)-1}{x+y}, & y \neq -x \\ 0, & y = -x \end{cases}$ у тачки $(0,0)$.

$$f'_x(0,0) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$f'_y(0,0) = \underline{\hspace{10cm}}$$

2. Функција $z = f(x, y)$ имплицитно је задата са $x^2 - 2xy - 3y^2 + 5z^2 + 6x + 2y = 0$, $z > 0$. Одредити:

• $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$,

• Стационарне тачке: _____

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$,

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$

• Локални екстремуми функције $f(x, y)$ (ако постоје) су: _____

јер је: _____

3. Дата је функција $f(x, y, z) = 2xyz + yz^2 + y^2z + x - y - z$ и тачке $A(1,0,1)$, $B(3,2,2)$.

• Одредити градијент функције f у тачки A : _____

• Израчунати $\frac{\partial f}{\partial \overline{AB}}(A)$: _____

• Одредити једначину тангентне равни и нормале у тачки A површи задате једначином:

$f(x, y, z) = 0$: _____

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

Име и презиме _____ број индекса: _____

1. Да ли је функција $f(x, y) = \begin{cases} y \sin \frac{1}{x^2 + y^2} + x \cos \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ непрекидна у тачки $(0, 0)$?
- _____

Доказ: _____

2. Функција $z = f(x, y)$ имплицитно је задата са $xy^2 + xz^2 - yz^2 - x + 2y + z - 3 = 0$. Израчунати:

- $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$ _____, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$ _____,
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) =$ _____, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) =$ _____,
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) =$ _____
- Тејлоров полином другог степена функције $f(x, y)$ у околини тачке $M(1, 1)$ гласи:
 $T_2(x, y) =$ _____

3. Дата је функција $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy$ при услову $x^2 + 2y^2 = 6$, $x, y < 0$.

- Одговарајућа Лагранжова функција и њени први парцијални изводи су: _____
 _____,
- Стационарне тачке Лагранжове функције су: _____
- Други парцијални изводи и други диференцијал Лагранжове функције су: _____

 _____,
- Условни екстремуми функције $f(x, y)$ (ако постоје) су: _____

јер је: _____

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

Име и презиме _____ број индекса: _____

1. Одредити парцијалне изводе функције $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x^2 - y)}{x^2 - y}, & y \neq x^2 \\ 0, & y = x^2 \end{cases}$ у тачки $(0, 0)$.

$$f'_x(0, 0) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$f'_y(0, 0) = \underline{\hspace{10cm}}$$

2. Функција $z = f(x, y)$ имплицитно је задата са $2x + 6y - 3x^2 - 2xy + y^2 - 2z^2 + 13 = 0$, $z < 0$.

Одредити:

• $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$,

• Стационарне тачке: _____

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$,

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \underline{\hspace{10cm}}$

• Локални екстремуми функције $f(x, y)$ (ако постоје) су: _____

јер је: _____

3. Дата је функција $f(x, y, z) = 3xyz + xz^2 + y^2z + x - y - z$ и тачке $A(1, 1, 0)$, $B(-1, 3, 1)$.

• Одредити градијент функције f у тачки A : _____

• Израчунати $\frac{\partial f}{\partial AB}(A)$: _____

• Одредити једначину тангентне равни и нормале у тачки A површи задате једначином:

$f(x, y, z) = 0$: _____